

## Zagadnienia na egzamin dyplomowy (studia inżynierskie na kierunku Matematyka)

Aktualizacja: październik 2020

**UWAGA!** Zadania nad kreską są obowiązkowe dla wszystkich. Zadania pod kreską z wybranych przedmiotów obowiązują w zależności od wybranego tematu pracy. O zakres dodatkowych pytań spod kreski proszę pytać promotorów.

### Rachunek różniczkowy I

1. Granica ciągu liczbowego, twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych, twierdzenie o trzech ciągach.
2. Twierdzenie o granicy ciągu monotonicznego i ograniczonego – liczba  $e$ , twierdzenie Stolza.
3. Podciąg danego ciągu, Twierdzenie Bolzano-Weierstrassa oraz granica dolna i granica górna ciągu.
4. Warunek Cauchy’ego dla ciągu oraz związek spełniania przez ciąg nieskończony tego warunku z istnieniem jego granicy. Zupełność przestrzeni  $(\mathbb{R}; | \cdot |)$ .
5. Ciąg liczbowy określony rekurencyjnie – definicja oraz badanie zbieżności takiego ciągu.
6. Szeregi liczbowe – definicja, suma szeregu oraz warunek konieczny zbieżności.
7. Kryteria zbieżności szeregów o wyrazach nieujemnych.
8. Kryteria zbieżności szeregów o wyrazach dowolnych oraz szeregi naprzemienne oraz kryterium ich zbieżności.
9. Granica funkcji jednej zmiennej, granica jednostronna oraz twierdzenia charakteryzujące ich własności.
10. Ciągłość funkcji jednej zmiennej oraz twierdzenia charakteryzujące to pojęcie, w tym twierdzenie Weierstrassa i twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Bolzano-Cauchy’ego.

### Elementy logiki i teorii mnogości

1. Formuły rachunku zdań i rachunku zbiorów oraz metody badania ich prawdziwości. Prawa de Morgana we wszystkich znanych odmianach.
2. Funkcje zdaniowe i kwantyfikatory, zmienne wolne i zmienne związane. Prawa rachunku kwantyfikatorów. Metody rachunku funkcji zdaniowych w rozwiązywaniu równań i nierówności.
3. Metoda Schrödera badania formuł zdaniowych, twierdzenie o rozstrzygalności rachunku zdań. Pojęcie dowodu.
4. Pojęcie relacji w produkcie oraz pojęcie funkcji. Obraz i przeciwobraz zbioru poprzez funkcję. Relacja odwrotna i funkcja odwrotna. Pojęcie rodziny zbiorów oraz indeksowanej rodziny zbiorów, pojęcia selektora i funkcji wyboru.
5. Pojęcie relacji równoważności oraz podstawowe twierdzenia dotyczące własności relacji równoważności. Konstrukcje zbiorów liczbowych z wykorzystaniem zasady abstrakcji.
6. Zasada Indukcji Matematycznej oraz zasada minimum i zasada maksimum.
7. Pojęcie równoliczności zbiorów. Zbiory przeliczalne i zbiory nieprzeliczone. Własności działań na liczbach kardynalnych oraz twierdzenie Cantora-Bernsteina.
8. Pojęcia punktu stałego przekształcenia, porządku zupełnego oraz pojęcie funkcji ciągłej. Twierdzenie o własnościach funkcji ciągłej między porządkami zupełnymi oraz twierdzenie o punkcie stałym funkcji określonej na porządku zupełnym.
9. Pojęcia porządku częściowego i porządku liniowego. Definicje elementów wyróżnionych podzbiorów zbiorów uporządkowanych. Twierdzenie o elementach wyróżnionych w podzbiorze zbioru częściowo uporządkowanego oraz o związkach między nimi.

10. Pojęcia typu porządkowego i liczby porządkowej. Twierdzenie Cantora (dla typów porządkowych), prawo trichotomii oraz twierdzenie Zermelo.

### **Algebra I**

1. Sposoby reprezentacji liczb zespolonych.
2. Potęgowanie i pierwiastkowanie liczb zespolonych.
3. Twierdzenia o pierwiastkach wielomianów rzeczywistych i zespolonych.
4. Twierdzenia o rozkładzie wielomianów rzeczywistych i zespolonych.
5. Definicja wyznacznika macierzy, metody wyznaczania i własności wyznaczników.
6. Definicja macierzy odwrotnej, własności macierzy odwrotnych, metody odwracania macierzy.
7. Metody rozwiązywania układów równań liniowych (twierdzenie Cramera, twierdzenie Kroneckera-Capellego, metoda eliminacji Gaussa).
8. Przestrzenie wektorowe (definicja przestrzeni wektorowej, baza i wymiar przestrzeni wektorowej, ważniejsze przestrzenie wektorowe i ich bazy standardowe).
9. Przekształcenia liniowe (definicja przekształcenia liniowego, typy przekształceń liniowych, przykłady przekształceń liniowych, jądro i obraz przekształcenia liniowego).

### **Geometria analityczna**

1. Podaj definicję iloczynu wektorowego oraz iloczynu mieszanego. W jaki sposób można obliczyć objętość równoległościanu rozpiętego na trzech wektorach (niewspółliniowych)?
2. Proste w przestrzeni euklidesowej: równania prostych (parametryczne, kierunkowe, ogólne), wzajemne położenie prostych.
3. Równania płaszczyzn w przestrzeni euklidesowej, wzajemne położenie płaszczyzn.
4. Przekształcenia afiniczne: definicja, przykłady.
5. Podaj definicje krzywej stożkowej. Kiedy krzywa stożkowa jest elipsą, parabolą, hiperbolą?

### **Matematyka elementarna**

1. Definicja funkcji jako relacji oraz definicje własności funkcji (różnowartościowość, „na”, monotoniczność, parzystość, nieparzystość, okresowość). Przykłady.
2. Definicja funkcji odwrotnej. Przykłady.
3. Definicja i własności funkcji potęgowej.
4. Definicja i własności funkcji wykładniczej.
5. Definicja i własności funkcji logarytmicznej.
6. Definicja i własności funkcji trygonometrycznych.
7. Definicja i własności funkcji cyklometrycznych.

### **Informatyka**

1. Sposoby zapisu liczb rzeczywistych i liczb całkowitych w komputerach cyfrowych.
2. Maszyna Turinga jako model komputera.
3. Złożoność czasowa algorytmu.
4. Efektywność, obliczalność, rozstrzygalność, problemy NP-zupełne.
5. Typy danych w języku C++. Klasy w C++.
6. Funkcje w języku C++.
7. Struktury danych używane w programowaniu.

### **Rachunek różniczkowy II**

1. Pochodna funkcji jednej zmiennej – jej definicja, interpretacja geometryczna oraz twierdzenia dotyczące obliczania pochodnych, w tym twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej i pochodnej funkcji odwrotnej.

2. Różniczka funkcji jej definicja oraz interpretacja geometryczna, związek różniczkowalności z ciągłością.
3. Twierdzenia o wartości średniej, w tym uogólnione twierdzenie o wartości średniej wraz z wnioskami w postaci twierdzeń Rolla, Lagrange'a i de l'Hospitala.
4. Pochodne wyższych rzędów, pojęcie klasy różniczkowalności oraz twierdzenia Taylora i Maclaurina.
5. Ekstremum lokalne funkcji oraz twierdzenia dotyczące wyznaczania ekstremów lokalnych funkcji. Ekstremum globalne funkcji – w tym twierdzenia o wartości najmniejszej i największej na przedziale domkniętym.
6. Funkcja pierwotna, jej podstawowe własności oraz metody wyznaczania.
7. Całka Riemanna - definicja i własności, całki dolna i górna Darboux, warunek konieczny oraz warunki wystarczające istnienia oraz całka niewłaściwa.
8. Ciągi funkcyjne, zbieżność punktowa i zbieżność jednostajna oraz twierdzenia dotyczące tych pojęć.
9. Szeregi funkcyjne -- definicja, rodzaje zbieżności i twierdzenia o zbieżności takich szeregów oraz szeregi potęgowe -- promień zbieżności i twierdzenia o zbieżności szeregów potęgowych.

### **Algebra II**

1. Definicja działania wewnętrznego, elementu neutralnego oraz symetrycznego względem działania (przeciwnego lub odwrotnego).
2. Definicja grupy i grupy abelowej, przykłady takich grup.
3. Definicja podgrupy oraz warstwy wyznaczonej przez podgrupę, przykłady.
4. Definicja dzielnika normalnego i grupy ilorazowej, przykłady.
5. Definicja pierścienia i ciała. Przykłady takich struktur.
6. Definicja dzielników zera w pierścieniu. Przykłady pierścieni z dzielnikami i bez dzielników zera.
7. Definicja pierścienia całkowitego. Kiedy jest on ciałem?
8. Definicja podpierścienia i ideału. Opis konstrukcji pierścienia ilorazowego.
9. Definicja homomorfizmu, epimorfizmu, monomorfizmu, endomorfizmu oraz izomorfizmu struktur algebraicznych.

### **Matematyka dyskretna**

1. Podstawowe zasady wykorzystywane w zliczaniu obiektów kombinatorycznych (w tym zasada włączeń-wyłączeń).
2. Liczba ciągów, podzbiorów i multizbiorów oraz funkcji (o różnych własnościach) określonych na zbiorze dyskretnym.
3. Rekurencja. Ciągi zdefiniowane rekurencyjnie. Przykłady. Wzór rekurencyjny a wzór jawny.
4. Pojęcie grafu, przykłady zastosowań, podstawowe własności i parametry grafu.
5. Drzewa i ich własności.

### **Rachunek różniczkowy i całkowy**

1. Zbieżność w przestrzeni  $R^k$  oraz jej własności. Granica funkcji wielu zmiennych, granica iterowana oraz własności tych pojęć. Ciągłość funkcji wielu zmiennych oraz jej własności.
2. Pochodna kierunkowa funkcji wielu zmiennych i jej własności oraz pochodne cząstkowe takiej funkcji, twierdzenie Schwarzera.
3. Pochodna słaba i pochodna mocna funkcji wielu zmiennych oraz odwzorowania – ich podstawowe własności. Pochodne wyższych rzędów funkcji wielu zmiennych i odwzorowania

4. Warunki konieczny i wystarczający istnienia lokalnych ekstremów bezwarunkowych dla funkcji wielu zmiennych.
5. Funkcje uwikłane, twierdzenie o funkcji uwikłanej i funkcji odwrotnej oraz procedury wyznaczania ekstremów warunkowych.
6. Całka Riemanna na przedziale  $n$ -wymiarowym oraz główne twierdzenia o wielokrotnej całce Riemanna w tym twierdzenia o Fubiniego.
7. Pojęcie dyfeomorfizmu i twierdzenie o zmianie zmiennych oraz podstawowe metody obliczania wielokrotnych całek Riemanna z podstawowych typów funkcji za pomocą całek iterowanych.
8. Całka niewłaściwa funkcji wielu zmiennych – definicja i rodzaje oraz twierdzenia o zbieżności takich całek.
9. Metody wykorzystania całek wielokrotnych do wyznaczania pól powierzchni i objętości brył.

### **Rachunek prawdopodobieństwa**

1. Prawdopodobieństwo jako miara. Podstawowe własności miary probabilistycznej. Różne przykłady miar probabilistycznych.
2. Co to jest przestrzeń probabilistyczna? Wyjaśnić rolę poszczególnych składowych tej przestrzeni.
3. Lemat Borela-Cantelliego i jego interpretacja.
4. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym i wzór Bayesa.
5. Zdarzenia niezależne, niezależne zmienne losowe - charakterystyka ich własności.
6. Zmienna losowa jako funkcja mierzalna. Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej i sposoby jego definiowania.
7. Parametry zmiennych losowych i ich interpretacja.
8. Różne rodzaje zbieżności zmiennych losowych.
9. Nierówności związane z momentami zmiennych losowych.
10. Rozkład normalny i jego znaczenie w zastosowaniach.
11. Rozkłady typu dyskretnego i przykłady ich praktycznych zastosowań.
12. Prawa wielkich liczb.
13. Centralne twierdzenie graniczne i przykłady zastosowań
14. Rozkład Bernoulliego i jego związku z rozkładem Poissona.

### **Równania różniczkowe i różnicowe w zastosowaniach**

1. Rozwiązanie ogólne i rozwiązanie szczególne równania różniczkowego.
2. Omówić metodę rozwiązania równania postaci:  $y = f(ax + by + c)$ .
3. Równanie liniowe pierwszego rzędu.
4. Równanie o różniczce zupełnej.
5. Czynniki całkujący równania różniczkowego.
6. Wyznaczanie czynnika całkującego zależnego od jednej ze zmiennych.
7. Równanie różniczkowe rodziny linii (jedno-parametrowej).
8. Trajektorie izogonalne rodziny linii i trajektorie ortogonalne rodziny linii.
9. Równanie różniczkowe liniowe rzędu  $n$ .
10. Równanie różniczkowe liniowe jednorodne o stałych współczynnikach.

### **Wstęp do metod numerycznych**

1. Metody rozwiązywania równań nieliniowych (wraz z rzędem zbieżności).
2. Interpolacja wielomianowa.

3. Wielomiany Czebyszewa w interpolacji wielomianowej.
4. Interpolacja funkcjami sklejanymi.
5. Zagadnienie wyznaczania elementu optymalnego.
6. Proste i złożone kwadratury Newtona-Cotesa.
7. Wielomiany ortogonalne w całkowaniu numerycznym.
8. Kwadratury Gaussa.
9. Różniczkowanie numeryczne.
10. Jednokrokowe metody rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych

### **Statystyka matematyczna**

1. Czym zajmuje się statystyka, czym jest populacja, próba i kiedy jest reprezentatywna?
2. Na czym polega estymacja punktowa i jakie estymatory uważamy za dobre? Wymień własności.
3. Na czym polega estymacja przedziałowa? Podaj szkic konstrukcji przedziału ufności.
4. Podaj wzór na minimalną liczebność próby, aby przedział ufności był o zadanej długości. Wymień problemy z tym związane.
5. Podaj wzór nierówności Rao-Cramera i powiedz jakie jest wykorzystanie tej nierówności.
6. Estymatory uzyskiwane metodami największej wiarygodności oraz momentów.
7. Jak powstają zmienne o rozkładach  $\chi^2$ , F-Snedecora oraz t-Studenta?
8. Na czym polega testowanie hipotez statystycznych? Czym są błędy weryfikacyjne?
9. Wymień znane Ci testy statystyczne do weryfikacji hipotezy o równości rozkładów.
10. Do czego służy i jak działa analiza wariancji?
11. Analiza regresji – wzór modelu, założenia i ich weryfikacja.

### **Wstęp do matematyki finansowej**

1. Pojęcie procesu akumulacji oraz rodzaje procesów akumulacji. Zasada równoważności stóp procentowych w odniesieniu do poszczególnych procesów kapitalizacji.
2. Pojęcia nominalnej i efektywnej stóp procentowych oraz twierdzenie charakteryzujące relacje między nimi.
3. Pojęcie stopy zwrotu oraz twierdzenie o wielookresowej stopie zwrotu. Pojęcia inflacji oraz realnej stopy zwrotu - wzór Fishera.
4. Pojęcie renty oraz główne rodzaje rent – ich wartości obecne oraz wartości przyszłe. Renty płatne częściej lub rzadziej niż raz w roku. Wyprowadzenie zależności na ich wartość obecną oraz wartość przyszłą.
5. Renty o nieznanym czasie trwania oraz o nieznanym stopie procentowej -- metody wyznaczania ich wartości obecnej. Renty o zmiennej stopie procentowej.
6. Pojęcie czynników akumulującego i dyskontującego. Zagadnienie struktury terminowej stóp procentowych, w tym równoległego przesunięcia struktur terminowych.
7. Pojęcie IRR oraz warunki konieczny i wystarczający jej istnienia -- dowód dowolny spośród nich.
8. Obligacje; formuły wyceny, wartość między płatnościami kuponu, wartość księgową.
9. Pojęcie YTM i jego własności – twierdzenie o związku YTM z IRR.

### **Wstęp do topologii**

1. Definicja iloczynu skalarnego, przestrzeni unitarnej.
2. Definicja normy, przestrzeni unormowanej.
3. Definicja metryki, przestrzeni metrycznej, kuli otwartej.
4. Zbiory otwarte, domknięte w przestrzeni metrycznej.
5. Zbieżność ciągu w przestrzeni metrycznej.

### **Podstawy teorii niezawodności**

1. Miary niezawodności – charakterystyki funkcyjne i liczbowe niezawodności i ich interpretacja
2. Rozkłady prawdopodobieństwa wykorzystywane najczęściej w teorii niezawodności
3. Systemy i struktury niezawodnościowe obiektów nieodnawialnych, ścieżki i cięcia, ścieżki i cięcia minimalne
4. Pojęcia strumienia odnowy i procesu odnowy
5. Funkcja odnowy i gęstość odnowy
6. Odnowy profilaktyczne
7. Rezerwowanie jako forma zwiększenia niezawodności systemu – różne modele

### **Ekonometria**

1. Omów metodę wskaźników pojemności informacji.
2. Omów pośrednią metodę najmniejszych kwadratów.
3. Omów rodzaje zmiennych w modelach wielorównaniowych.
4. Podaj klasyfikację modeli wielorównaniowych.
5. Podaj twierdzenie o identyfikowalności modeli o równaniach współzależnych.

### **Wielowymiarowa analiza danych**

1. Opisz metodę składowych głównych
2. Wskaż podobieństwa i różnice pomiędzy analizą składowych głównych, a analizą czynnikową
3. Na czym polega analiza dyskryminacyjna?
4. Przedstaw jedną z metod hierarchicznej analizy skupień
5. Opisz zasadę działania metody  $k$ -średnich
6. Na czym polega analiza kanoniczna?
7. Do czego służy test  $T^2$ -Hotellinga?
8. Na czym polega test MANOVA?
9. Wymień po jednej mierze do oceny siły związku pomiędzy cechami ze skali nominalnej i porządkowej
10. Na czym polega analiza korespondencji?

### **Statystyczne modele liniowe i nieliniowe**

1. Wymień miary jakości dopasowania modelu regresji liniowej
2. Wymień metody transformacji zmiennych w modelach regresji i podaj przykłady zastosowań
3. Wymień metody doboru zmiennych w modelu regresji liniowej
4. Wymień sposoby radzenia sobie w sytuacji braku jednorodności wariancji reszt w modelu regresji liniowej
5. Czym są obserwacje odstające i wpływowe w modelach regresji?
6. Wyjaśnij istotę analizy kowariancji
7. Czym są czynniki stałe i losowe w modelach mieszanych?
8. Podaj interpretację parametrów modelu na wybranym przez siebie przykładzie
9. Opisz różnice pomiędzy przedziałem ufności dla regresji i predykcji

### **Grafika komputerowa**

1. Rodzaje rysunków. Elementy rysunku technicznego.
2. Metodologia projektowania.

3. Rodzaje i zastosowanie linii.
4. Podziałki rysunkowe.
5. Tabliczki rysunkowe rodzaje.

### **Bazy danych**

1. Pojęcia relacji, krotki, instancji w relacyjnej bazie danych
2. Postacie normalne w relacyjnej bazie danych.
3. Trójwartościowa logika w relacyjnej bazie danych.
4. Struktura zapytania SELECT w SQL.
5. Rodzaje złączeń tabel i ich realizacja w SQL.
6. Ograniczenia w bazie, zastosowanie i przykłady.
7. Procedury i funkcje składowane w MySQL
8. Instrukcje gotowe, kursory oraz obsługa warunków w MySQL

### **Narzędzia rachunkowości**

1. Wymień zasady działalności przedsiębiorstw.
2. Podaj definicję rachunkowości i jej zadania.
3. Jakie funkcje spełnia rachunkowość?
4. Wymień podstawowe zasady rachunkowości.
5. Zaksięguj operację gospodarczą "Na podstawie dowodu KP przyjęto do kasy gotówkę pobraną z rachunku bieżącego 500zł."
6. Zaksięguj operację gospodarczą "Zapłacono gotówką za rachunek telefoniczny 250 zł."
7. Podaj klasyfikację operacji gospodarczych.

### **Fizyka techniczna**

1. Kinematyka i dynamika.
2. Praca, moc, energia.
3. Drgania i fale.
4. Elektrostatyka. Elektromagnetyzm. Fale elektromagnetyczne.
5. Optyka geometryczna i falowa.
6. Fizyka atomowa, jądrowa i cząstek elementarnych.

### **Inżynieria ubezpieczeń majątkowych**

1. Podstawowe metody kalkulacji składki ubezpieczeniowej netto.
2. Model ryzyka indywidualnego.
3. Model ryzyka łącznego.
4. Funkcja generująca momenty i funkcja generująca kumulanty oraz ich zastosowanie w teorii ubezpieczeń.
5. Podstawowe rozkłady liczby szkód w modelu ryzyka łącznego i odpowiedni wybór danego typu rozkładu.
6. Definicja zmiennej losowej o rozkładzie złożonym. Twierdzenia o dodawaniu dla rozkładów złożonych wykorzystywanych w modelu ryzyka łącznego.
7. Definicja rozkładów z klasy  $(a, b, m)$ . Typy rozkładów z klasy  $(a, b, 0)$  w zależności od parametrów  $a$  i  $b$ .
8. Aproksymacja rozkładu łącznej wartości szkód. Których rozkładów i przy jakich założeniach używamy?

## **Modelowanie matematyczne w zastosowaniach inżynierskich OBIERALNY 1**

1. Podobieństwo. Przekształcenia afiniczne. Klasyfikacja rodzajów i podobieństwa modelowania
2. Model wielogatunkowej populacji Lotki-Volterra.
3. Model jednogatunkowej populacji z uwzględnieniem nasycenia (model logistyczny).
4. Model rynku finansowego.
5. Model matematyczny firmy ubezpieczeniowej.

## **Elementy mechaniki**

1. Zasady i prawa mechaniki technicznej.
2. Warunki równowagi przestrzennego układu sił.
3. Zachowanie próbki stalowej w czasie próby rozciągania w maszynie wytrzymałościowej.
4. Skręcanie prętów. Podstawowe zależności matematyczne.
5. Czyste zginanie prętów o przekroju prostokątnym. Rozkład naprężeń w przekroju poprzecznym pręta.

## **Inżynieria ubezpieczeń życiowych**

1. Analityczne modele śmiertelności.
2. Hipoteza jednorodności populacji i hipoteza agregacji.
3. Hipotezy interpolacyjne w rozważaniach demograficznych.
4. Tablice trwania życia i ich zastosowanie w ubezpieczeniach.
5. Wartość aktuarialna ubezpieczenia na życie.
6. Wartość aktuarialna renty.
7. Równania różniczkowe w ubezpieczeniach na życie.
8. Funkcje komutacyjne w ubezpieczeniach na życie.
9. Czynniki dyskonta aktuarialnego.
10. Obliczanie składek netto w ubezpieczeniach na życie.

## **Komputerowe systemy wspomaganie pracy inżyniera**

1. Podział programów do komputerowego wspomaganie prac inżynierskich.
2. Komputeryzacja projektowania oświetlenia.
3. Tradycyjna instalacja elektryczna a instalacja inteligentna KNX/EIB.
4. Komputerowo wspomaganie projektowanie inteligentnych budynków.
5. Zalety i wady projektowania przy użyciu CAD/CAE.

## **Metody optymalizacji OBIERALNY 2**

1. Programowanie liniowe – założenia i metody.
2. Modele konkurencji.
3. Zagadnienia transportowe.
4. Gry macierzowe – rodzaje i kryteria.

## **Prognozowanie i szeregi czasowe OBIERALNY 3**

1. Metody identyfikacji nielosowych składowych (trendu, sezonowości) w szeregu czasowym.
2. Stacjonarne szeregi czasowe. Model ARMA.
3. Modele klasy TS i DS. Testy stacjonarności.
4. Metoda różnicowa. Model ARIMA.
5. Szeregi heteroskedastyczne. Model GARCH.



### **Metoda elementów skończonych**

1. Główna koncepcja metody elementów skończonych.
2. Dyskretyzacja ośrodka, typy elementów skończonych.
3. Etapy rozwiązywania problemu za pomocą MES.
4. Obszary zastosowania MES.
5. Metoda Elementów Skończonych w modelowaniu pola elektrycznego.

### **Planowanie eksperymentu**

1. Wymień rodzaje prób losowych i nielosowych
2. Na czym polega losowanie wielostopniowe? Podaj przykład
3. Czym różni się losowanie warstwowe i grupowe?
4. Czym jest poprawka na skończoną populację?
5. Jakie parametry wpływają na długość przedziału ufności dla średniej?
6. Czym jest alokacja optymalna?
7. Czym jest estymacja ilorazowa?
8. Podaj warunki występowania przyczynowo-skutkowej relacji
9. Jakie rodzaje efektów wyróżniamy w modelu przyczynowo-skutkowym Neymana-Rubina?
10. Wymień cechy dobrego planu eksperymentalnego

### **Metoda Monte Carlo OBIERALNY 4**

1. Sposoby uzyskiwania liczb pseudolosowych o rozkładzie jednostajnym
2. Metoda odwracania dystrybuanty i jej stosowanie dla rozkładów mieszanych bądź dyskretnych
3. Transformacja Boxa-Mullera
4. Rozkład Choleskiego i generowanie wektorów pseudolosowych o wielowymiarowym rozkładzie normalnym.
5. Metoda akceptacji-odrzućenia w uzyskiwaniu zadanych rozkładów.
6. Metody redukcji wariancji wykorzystywane w metodzie Monte Carlo.

### **Teoria liczb i jej wybrane zastosowania OBIERALNY 5**

1. Zasadnicze twierdzenie arytmetyki.
2. Definicja równania diofantycznego, znane typy takich równań i metody ich rozwiązywania.
3. Definicja i własności kongruencji.
4. Twierdzenia związane z teorią kongruencji.
5. Ważniejsze funkcje arytmetyczne i ich własności.

### **Hurtownie danych i systemy analizy danych**

1. Różnice między hurtownią danych i systemem transakcyjnym.
2. Scharakteryzować pojęcia "Fakt", "Wymiar", "Miara" i "Hierarchia wymiaru" w kontekście hurtowni danych. Podać przykłady.
3. Scharakteryzować modele danych stosowane w hurtowniach danych.
4. Na czym polega technika analizy danych z wykorzystaniem tabel przestawnych?
5. Na czym polega technika analizy danych "Szukaj wyniku"? Podać przykłady jej wykorzystania.